

# 空気でっぽうに関する基礎的研究

松 田 喜一郎\*

この研究は、小学校3年の教材「空気でっぽう」の指導資料を得るために行われたもので、圧縮・発射行程と玉の飛行とについて、物理的な究明がなされている。特に前者については、玉の摩擦がエネルギー転換に主要なはたらきを果たしていることを、理論と実験で示し、後者については、空気抵抗を考慮したシミュレーションと実験が比較検討されている。また、その両者をふまえた学習指導上の留意点にも言及している。

## 1 はじめに

小学校学習指導要領3年に示されている「押し縮められた空気<sup>1)</sup>がもとにもどろうとする力は、手ごたえや力を受ける物の動きでわかること」の学習指導は、空気でっぽうを教材として行われている。この内容は「圧力と気体の体積」へと発展し、ボイルの法則への認識の素地となっている。

ところで、「空気でっぽう」の単元の学習指導に関するこれまでの多くの研究や報告は、空気でっぽうの物理的な研究の裏づけが不足したまま授業が実践され、そのため学習がねらいからはずれた方向に発展したり、単なる「遊び」に終わる傾向があった。このことは、一見して単純な現象に見える空気<sup>2),3),4)</sup>でっぽうも、圧縮筒や発射筒の長さ、玉と筒の摩擦、飛行時の空気抵抗などの問題が複雑に錯綜しているためと思われる。

そこで、中学年の児童を対象として、楽しく探求的な学習を展開するためには、まず素材の研究がなされ、そのうえ教材性の検討がなされるべきと考え、ここでは、まず空気でっぽうを物理的に究明した。

## 2 理論

### (1) 筒内の空気の圧力

初めに空気でっぽうの筒について、前玉と後玉の間を<sup>3)</sup>圧縮筒、前玉と筒先との間を発射筒と呼ぶことにする。前玉と後玉の位置が、図1の(a)の状態から(b)の状態になったとする。このときの筒内の空気の圧力 $p_1$ は、空気もれ及び温度変化を無視し、大気圧を $p_0$ とすると、ボイルの法則から次式で求まる。

$$p_1 = \frac{L_0}{L} \cdot p_0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

したがって、前玉が受ける空気の全圧力 $P$ は、玉の断面積を $S$ とすると

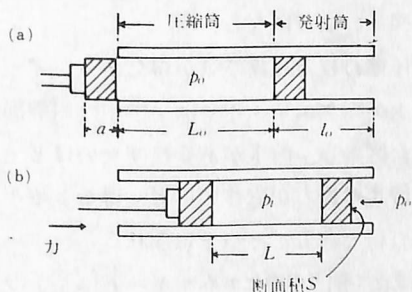


図1 玉の動きと筒内の圧力、玉の受ける力

\* 理科長期研修員（新津市立理科教育センター，五泉市立五泉南小学校）

$$P = (p_1 - p_0) S \dots\dots\dots (2)$$

### (2) 玉と筒の間の摩擦力

前玉が筒から受ける摩擦力は、静止摩擦力 $f_s$ と動摩擦力 $f_D$ に大別できる。また発射筒が極端に長い場合(実際にはそのようなことは少ないが)の玉の動きは、stick and slip 現象(げつげつした動き方)を起こし、動摩擦力は一定ではない。特に玉が筒先にかかった場合は動摩擦力は急激に減少する。

その様子を、模式的に図2に示した。

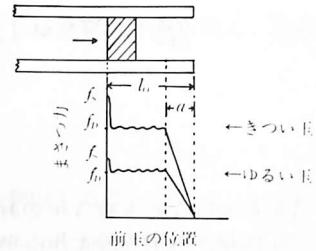


図2 前玉の動きと摩擦力

### (3) 圧縮行程と発射行程

#### ① 引き金付き理想空気でっぽう<sup>3)</sup>

後玉が前玉に密着する寸前まで筒内の空気を圧縮できるように、前玉に引き金を付けた理想的な空気でっぽうを想定する。

その場合の圧縮行程及び発射行程における筒内の圧縮空気が前玉に及ぼす全圧力 $P$ は(2)式で求められ、それは図3の双曲線となる。圧縮行程で筒内の圧縮空気が得たエネルギーは、点の部分Aの面積である。また、発射行程で前玉が空気から得るエネルギーは、(/// 部分の面積B) - (\\部分の面積C)で示される。

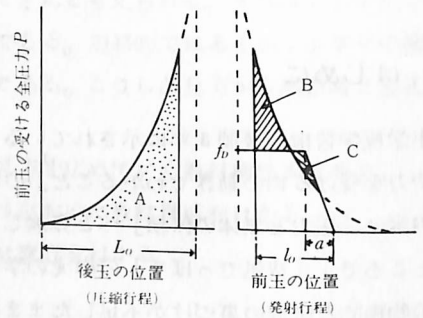


図3 仮想空気でっぽうの圧力ダイアグラム

#### ② 実際の空気でっぽう

実際の空気でっぽうの場合は、圧縮行程の途中で前玉が動き出し、圧縮行程が完了しないうちに前玉が発射される。そのため、圧縮及び発射行程の圧力ダイアグラムは図4のようになる。

圧縮行程で圧縮空気が得たエネルギー及び発射行程で前玉が得たエネルギーは、図中の斜線部分Bの面積となる。図から、前玉がある程度長いほど、また前玉がきつく静止摩擦力が大きいほど、得るエネルギーも大きくなり有利であることが予想される。

また、前玉の得たエネルギー $E$ は、玉の質量を $m$ 、初速度を $V_0$ とすれば、次式で求まる。

$$E = \frac{1}{2} m V_0^2 \dots\dots\dots (3)$$

### (4) 玉の飛程

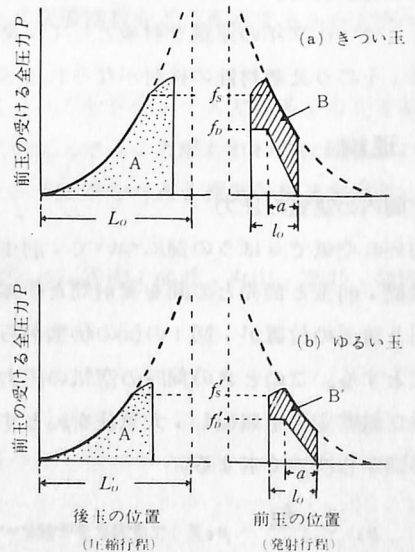


図4 実際の空気でっぽうの圧力ダイアグラム

玉が飛行時に受ける空気抵抗は、玉の速さの2乗に比例するものとする。<sup>5)</sup>すなわち、 $V$ の速度で運動する玉は、係数を $K$ とすると $KV^2$ の抵抗を受ける。いま、玉の速度の水平、鉛直成分を $u$ 、 $v$ とし、 $V$ が水平となす角 $\theta$ とする。反時計まわりの角度を正とし

$$m \frac{du}{dt} = -mkV^2 \cos \theta \quad \dots \dots \dots (4)$$

$$m \frac{dv}{dt} = -mkV^2 \sin \theta - mg \quad \dots \dots \dots (5)$$

(ただし  $k = K/m$ )

この微分方程式を解析的に解くことは困難であるので、コンピューター・シミュレーションで解いた。

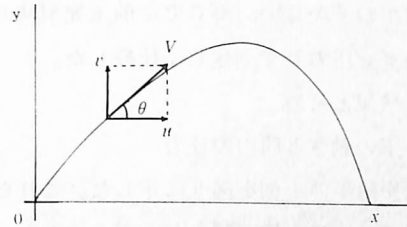


図5 玉の速度と弾道

### 3 使用した空気でっぼう

測定に使用した空気でっぼうは、内径2.6 cm、長さ30 cmの亚克力筒の自作品である。玉は教材用の市販品、ウレタン製（0.53 g、厚さ2.0 cmの円柱形）、コルクせん（2.0 g）、8号ゴムせん（2.0 g）を用いた。

### 4 実験とその結果の考察

#### (1) 玉と筒の間の摩擦力

##### (a) 測定方法

図6のように、空気でっぼうの筒とブルドン圧力計をつなぎ、圧縮空気を送りこむ、そして玉が動き出すときの圧力 $p_S$ と、動いているときの圧力 $p_D$ を読みとり、大気圧 $p_0$ との差から、静止摩擦力 $f_S$ 、及び動摩擦力 $f_D$ を求めた。

##### (b) 結果と考察

結果を表1に示した。圧縮空気で玉を押す場合の摩擦力は、押し棒で押す場合の摩擦力（3.6 kg重）よりもかなり小さい結果を得た。このことは、わずかな空気もれが、空気潤滑のはたらきをするためと考えられる。

#### (2) 圧縮行程と発射行程

##### (a) 測定装置と方法

##### ① 写真測定法

測定装置の全体構成を図7に示した。ここでは空気でっぼうの玉の動きにストロボ・スコープ（東芝、SS-6型）の閃光をあてて、連続撮影装置（東京電気精機TC-1R型）で撮影し、その写真から玉の速度、及び

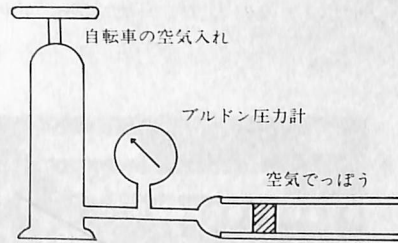


図6 玉と筒の間の摩擦力測定装置

表1 ウレタン玉の摩擦力の大きさ

静止摩擦力	動摩擦力
1.5 kg 重	1.2 kg 重

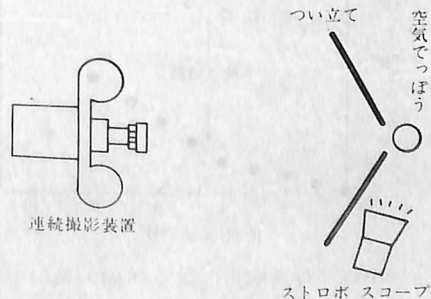


図7 連続写真撮影装置

筒内の圧力を解析した。押し棒は、常に一定速度になるよう留意し、手で押した。

## ② 圧力の直接測定法

前述の方法で筒内の圧力を算定する場合、空気もれの補正がむずかしい。そこで、前玉発射時の圧力を直接、ブルドン圧力計で測定し、比較した。

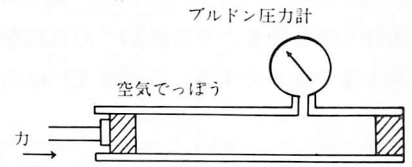


図8 筒内の圧力測定装置

## (b) 結果と考察

### ① 玉の動きと筒内の圧力

撮影結果の一例を図9に示した。これらの写真から前玉、後玉の動きをグラフにした例が図10である。玉の位置を結ぶ傾きが、玉の速度を示している。

圧縮筒の長さ $L_0$ 、及び発射筒の長さ $l_0$ を変えた場合の、後玉の動いた距離 $L_1$ と前玉が受ける全圧力 $P$ の関係を写真解析から求め、その結果を図11に示した。グラフでは、横軸は $L_1/L_0$ で示してある。したがって、前玉が動き出すまでの $L_1/L_0$ は圧縮比である。図から明らかなように、前玉が動き出すまでの圧縮行程、及び始動時の前玉の全圧力は、圧縮筒の長さに依存しない。その全圧力はおおよそ1.3 kg重で、前述の摩擦力とよく一致する。発射筒が長い場合、前玉始動後の動きに slip and stick 現象が見られ、発射時の全圧力は $l_0$ に依存する。

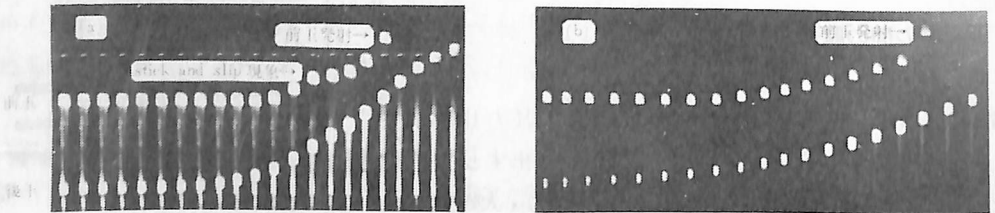


図9 連続撮影写真の一例 (ストロボ閃光間隔(a)50 Hz, (b)200 Hz, フィルム送り速度(a)10 cm/s (b)20 cm/s, 各 $L_0=18$  cm,  $l_0=12$  cm, ウレタン玉の場合)

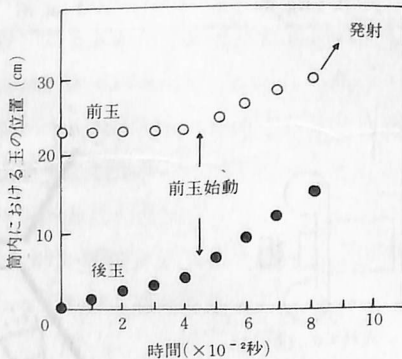


図10 写真解析による圧縮・発射行程の解析 ( $L_0=22$  cm,  $l_0=8$  cm)

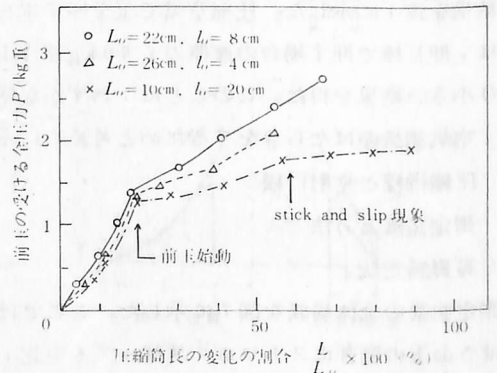


図11 玉の動きと筒内の圧力変化 (空気もれを無視して)

## ② 発射時の全圧力

発射筒の長さを玉の長さと同じにした場合 (普通の空気てっぽうの状態), 圧縮筒の長さと発射時の全圧力の関係は, 図 12 のようになる。

体積比から求めた圧力が大きくなったのは, 空気もれを補正しないためと考えられる。圧縮筒長が 10 cm 以上では, 発射圧力は圧縮筒長に依存しないといえる。

## (3) 圧縮・発射行程と前玉の飛程

### ① 前玉の初速度と発射時に得るエネルギー

#### (a) 測定方法

筒を水平に固定し, 押し棒を手で押して前玉を水平方向に発射させる。玉の飛行をストロボ撮影し, 写真解析から玉の各位置を求めた。

#### (b) 結果と考察

ウレタン玉の飛行中における各位置と速度の関係の一例を図 14 に示した。図から, 外挿法で発射時の速度を求めた。発射速度は押し棒を押す速さにやや依存するが, 平均的な例を表 2 に示した。また, 発射時に前玉の得るエネルギーは, (3)式により求めた。

表 2 から, 静止摩擦力の大きい玉ほど大きいエネルギーを得ていることがわかる。これは, きつい玉ほど大きいエネルギーが得られるという前述の理論とも一致する。

表 2 前玉の摩擦力・初速度と発射時に得るエネルギー

玉の種類	静止摩擦力 (kg 重)	初速度 (m/s)	エネルギー (J)
ウレタン	1.5	15.0	0.064
コルク	1.7	11.0	0.12
ゴム	2.0	5.8	0.34

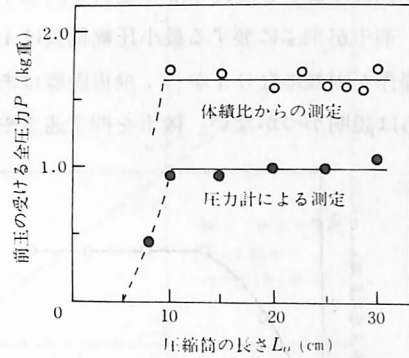


図 12 発射時に玉の受ける全圧力 ( $L_0 = a$  として)

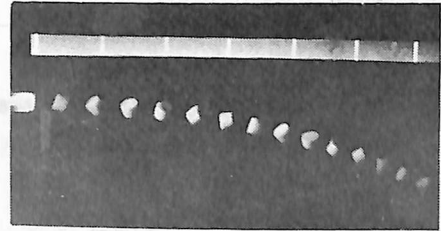


図 13 玉の飛行 ( $\alpha = 150 \text{ cm}$  の場合, スケール 10 cm 間隔, 1/50 秒毎)

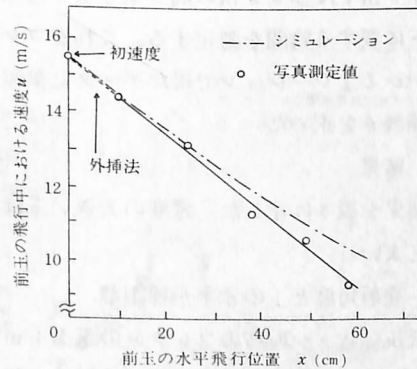


図 14 ウレタン玉の速度変化と外挿法による初速度測定

## ② 発射筒の長さと水平飛程距離

ウレタンの玉を 1 m の高さから水平に打ち出した場合の発射筒の長さと水平飛程距離との関係を, 図 15 に示した。玉を一部だけ挿入した場合, 深さにより飛程距離は変化するが, 発射筒の長さが玉の長さ以上になった場合, この範囲内では飛程距離は発射筒の長さに依存しない。

## ③ 圧縮筒の長さと水平飛程距離

圧縮筒の長さと玉の水平飛程距離との関係を図 16 に示した。発射筒の長さと玉の長さを等しくして



圧縮筒の長さを変え、(ii)の場合と同様、ウレタンの玉を1 mの高さより水平に打ち出した結果である。

前玉が飛ぶに要する最小圧縮筒長は10 cmであった。また、圧縮筒長が30 cm以上になると押し棒の操作が困難になり、かつ、飛程距離はあまり変化しない。圧縮筒長に下限があることは、前述の理論からは説明がつかない。後玉を押す速さや空気もれを考慮した理論が必要である。

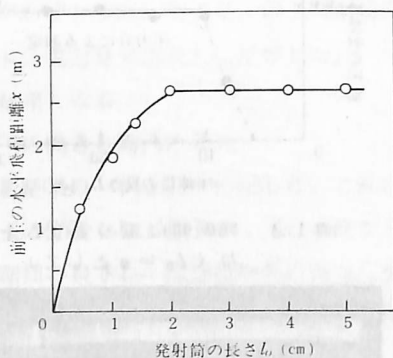


図15 発射筒の長さとお玉の水平飛程距離

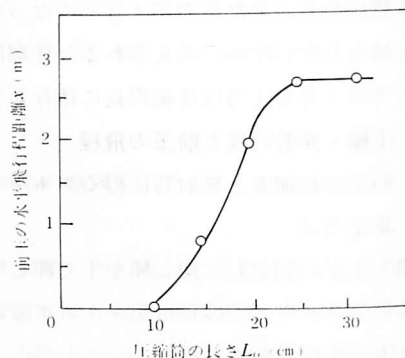


図16 圧縮筒の長さとお玉の水平飛程距離  
( $L_0 = a$  として)

#### (4) 玉の飛行

##### ① 玉の飛行時における空気抵抗

##### (a) 測定方法

4.9 m、及び9.8 mの高さより玉を自由落下させ落下に要する時間を測定する。これをコンピュータ・シミュレーションで得たデータと参照して、抵抗係数  $k$  を求めた。

##### (b) 結果

結果を表3に示した。密度の大きい玉ほど空気抵抗の影響が小さく、ゴムせんの場合はほとんど無視してよい。

##### ② 発射角度と玉の水平飛程距離

抵抗係数  $k = 0.67$  のウレタンの玉を1 mの高さより水平に打ち出した場合、初速度と水平飛程距離のシミュレーションの結果、及び実測値を図17(a)、(b)に示した。両者はほぼ一致する。

なお、図17(b)より、飛程距離  $x$  [m] と初速度  $u_0$  [m/s] の関係は次式で示される。

$$x \propto u_0^{0.57} \quad \dots\dots\dots (6)$$

空気抵抗がない場合は、よく知られているように

$$x \propto u_0^{0.5} \quad \dots\dots\dots (7)$$

であり、 $u_0$  の指数に0.07の差が認められた。

また同じ初速度でも、わずかな仰角の違いにより、水平飛程距離に差が出てくることを図18に示した。

表3 玉の受ける空気抵抗

玉の種類	体積(cm <sup>3</sup> )	質量(g)	$k$ (m <sup>-1</sup> )	$K$ (m <sup>-1</sup> g)
ウレタン	10.6	0.53	0.67	0.34
コルク	12.2	2.0	0.20	0.40
ゴム	14.8	20.0	0.0	

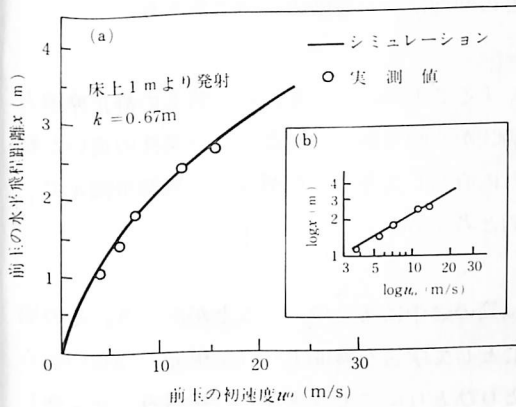


図 17 前玉の初速度と水平飛程距離

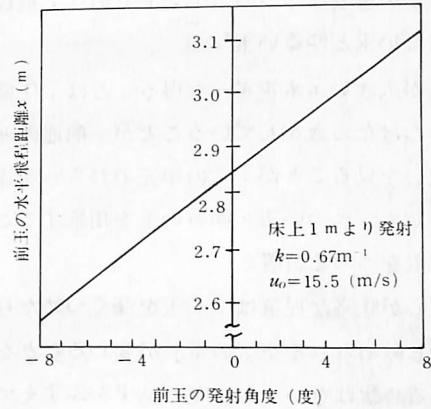


図 18 シミュレーションによる前玉の発射角度と水平飛程距離

### ③ 飛行中の玉の速度

ウレタンの玉を水平方向に打ち出した場合のストロボ写真の一例を前述の図 13 に、また、その解析結果、及びシミュレーションの結果を、前述の図 14 に示した。図の破線が(4)・(5)式によるシミュレーションの結果である。

円筒形の玉は飛行中に姿勢を変え、空気から受ける力はさまざまに変化する。したがって、弾道は単純ではないが、(4)・(5)式によるシミュレーションではほぼ近似できる。

### (5) 飛程のばらつき

#### (a) 装置と方法

ゴムの弾力を利用して玉を溝にそって走らせ、常に一定初速度で玉を水平に打ち出し、玉の水平飛程距離を測定してそのばらつきを調べた。

#### (b) 結果

10 cm きざみに区分した各範囲への水平飛程度数を図 19 に示した。この図では、最も度数の多い所を中央に揃えて示してある。この結果から、空気てっぽうの玉の飛程測定には、どうしてもばらつきがつきまってくるのが明らかである。

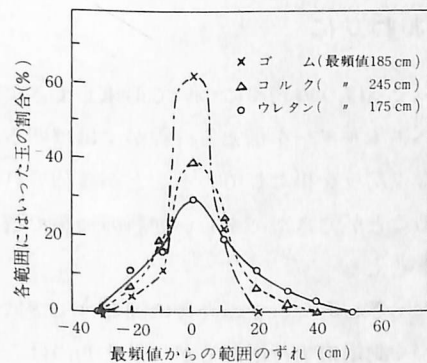


図 19 飛程のばらつき

## 5 学習との関連

空気てっぽうの学習で「空気が圧縮されること」及び「圧縮された空気のはたらきで玉が飛ぶこと」を理解させるのに、本研究の結果は次のことを示唆していると考える。

### ① 筒の内部の玉の動きの観察

この單元では、後玉をどこまで押したときに前玉が飛び出したかなど、筒の内部に児童の目を向けさ

せることが重要な一つのポイントであり、飛程の大小などの問題は次の段階の学習であろう。

## ② きつい玉とゆるい玉

前玉が大きいエネルギーを得ることは、圧縮率を大きくすることにある。それには前玉の静止摩擦力が大きくなはたらきをしていることが、前述の理論及び実験(3)から明らかとなった。この条件の違いと結果の違いを見ることが、この単元のねらいを達成することに直結しよう。したがって、教師用演示でっぼうとして、きつい玉・ゆるい玉を用意することが効果的と考える。

## ③ 前玉をつめる位置

探究心が旺盛な児童は、前玉を深くつめたり、ときには筒の途中にまでつめることがある。その場合「押し縮められる空気の量」が変わることを観点の中心として学習を展開すれば、単元のねらいからはずれる心配はない。本研究の結果をふまえて、児童ひとりひとりにさまざまなことを試みさせ、楽しませてやることも大切と思われる。

## ④ 飛び方くらべ

指導の流れとして、「玉のよく飛ぶ空気でっぼうの構造・条件」が問題になる場合が多い。その場合勢いよく飛び出すことと、遠くまで飛ぶことを、一応区別しておく必要がある。すなわち、実際(4)で示したように、初速度は同じでも打ち出す仰角によって、飛ぶ距離は大きく変化する。仰角を変えると、筒内の空気の圧縮空気のはたらきまでが変わるような認識を与えてはならない。

## ⑤ ばらつきの処理

現象を数量化するには、ばらつきの多い現象であることに留意する必要がある。統計教育との関連が生まれてくる場面である。<sup>6)</sup>

# 6 おわりに

空気でっぼうの物理について追求してきたこの研究から、圧縮空気がエネルギーを貯える行程、及び前玉へエネルギーを伝える行程が、ほぼ明らかになった。特に、前玉がエネルギーを得るのに摩擦力が重要な役割りを果たしていることが確認された。さらに、前玉の飛程にかかわる諸条件も、ほぼ明らかにすることができた。楽しい理科の授業で数量化を試みる場合に、これらの基礎的データが生かされるものと考ええる。

なお、さしあたっての今後の課題は、空気もれや押し棒を押す速さを考慮した理論の確立、及びそれに基づく測定の実行であるが、最終的にはこの研究データを生かし、児童の思考を配慮した実践的学習指導の研究が必要であろう。

## 文 献

- 1) 文 部 省：小学校指導書理科編(1969) 52～53
- 2) 登 石 弘 淑：理科教員長期研修報告，新潟県立教育センター(1968) 31～35
- 3) ロゲルギスト：物理の散歩道，岩波書店(1974) 95～102
- 4) 曾 田 範 宗：摩擦の話，岩波書店(1971) 94～98
- 5) 原 島 鮮：力学(質点系)，裳華房(1973) 48～51
- 6) 柳 瀬 利 子：統計教育研究会要項，新潟入船小(1974) 22～24